

POLA BILANGAN DAN DERET



POLA BILANGAN DAN DERET

A. DEFINISI POLA BILANGAN ATAU BARISAN BILANGAN

Pola bilangan/Barisan bilangan diperoleh dengan cara mengurutkan bilangan-bilangan dengan aturan tertentu.

Barisan bilangan dinyatakan dalam bentuk $U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$, dengan U_1 sebagai suku ke-1, U_2 sebagai suku ke-2, dan seterusnya.

Contoh diberikan pola bilangan sebagai berikut:

2, 6, 12, 20, ... dst

Maka dapat diketahui bahwa $U_1 = 2, U_2 = 6, U_3 = 12$ dan $U_4 = 20$

B. POLA BILANGAN ATAU BARISAN BILANGAN

Beberapa contoh pola barisan bilangan adalah sebagai berikut:

1. Pola Bilangan Asli: 1, 2, 3, 4, 5,

$$U_n = n, \text{ n bilangan asli}$$

2. Pola Bilangan Genap: 2, 4, 6, 8, ...

$$U_n = 2n, \text{ n bilangan asli}$$

3. Pola Bilangan Ganjil: 1, 3, 5, 7, ...

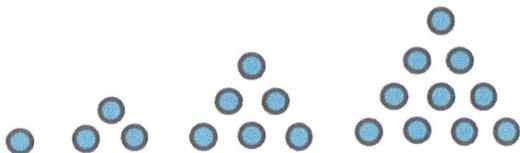
$$U_n = 2n - 1, \text{ n bilangan asli}$$

4. Pola Bilangan Persegi: $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \dots$



$$U_n = n^2, \text{ n bilangan asli}$$

5. Pola Bilangan Segitiga: 1, 3, 6, 10, ...



$$U_n = \frac{1}{2}n(n + 1), \text{ n bilangan asli}$$

6. Pola Bilangan Persegi Panjang: 2, 6, 12, 20, ...



$$U_n = n(n + 1), n \text{ bilangan asli}$$

7. Pola Bilangan Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...
 Bilangan-bilangan pada pola Fibonacci ditentukan oleh penjumlahan dua suku sebelum suku tersebut.
8. Pola Bilangan Bertingkat Dua : 1, 3, 6, 10,
 Bilangan-bilangan pada pola bilangan bertingkat dua memiliki lompatan yang sama pada tingkat keduanya.
- $$\begin{array}{r}
 1, \quad 3, \quad 6, \quad 10, \\
 +2 \quad +3 \quad +4 \quad \rightarrow \text{tingkat satunya} \\
 \quad +1 \quad +1 \quad \rightarrow \text{tingkat duanya}
 \end{array}$$

$$U_n = a + (n - 1)b + \frac{(n-1)(n-2)c}{2}$$

C. DERET ARITMATIKA

Deret $U_1, U_2, U_3, U_4, \dots, U_n$ disebut deret aritmetika atau deret hitung jika $U_2 - U_1, U_3 - U_2, U_4 - U_3, \dots, U_n - U_{n-1}$ selalu memperoleh hasil yang sama atau selalu tetap.

Hasil $U_2 - U_1, U_3 - U_2, U_4 - U_3$, dan seterusnya disebut beda.

Jika bedanya lebih dari nol atau positif, maka deretnya disebut deret **aritmetika naik**.

Jika bedanya kurang dari nol atau negatif, maka deretnya disebut deret **aritmetika turun**.

Contoh :

$$2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \dots$$

$$U_2 - U_1 = 5 - 2 = 3$$

$$U_3 - U_2 = 8 - 5 = 3$$

$$U_4 - U_3 = 14 - 11 = 3$$

$$U_5 - U_4 = 17 - 14 = 3$$

Karena bedanya selalu tetap yaitu 3, maka $2 + 5 + 8 + 11 + 14 + 17 + \dots$ adalah deret aritmetika naik.

- **Rumus Suku ke- n Deret Aritmetika**

$$U_n = a + (n - 1)b$$

Keterangan:

U_n = suku ke- n

a = suku ke-1 atau U_1

n = banyak suku

b = beda

Contoh:

Diketahui deret aritmetika $2 + 6 + 10 + 14 + \dots$. Tentukan suku ke -20 deret tersebut!

Jawab:

$$\text{beda} = 6 - 2 = 4$$

$$U_n = a + (n - 1)b$$

$$U_{20} = 2 + (20 - 1)4$$

$$= 2 + 19 \times 4$$

$$= 2 + 76 = 78$$

- **Rumus Jumlah n Suku Pertama Deret Aritmetika**

$$S_n = \frac{1}{2}n(a + U_n)$$

atau

$$S_n = \frac{1}{2}n[2a + (n - 1)b]$$

Contoh:

Tentukan Jumlah 20 suku pertama dari deret $7 + 11 + 15 + 19 + \dots$!

Jawab:

$$U_1 = 7$$

$$b = 11 - 7 = 4$$

karena U_n tidak diketahui, kita gunakan rumus kedua, yaitu:

$$S_n = \frac{1}{2}n[2a + (n - 1)b]$$

$$S_n = \frac{1}{2} \times 20[2 \times 7 + (20 - 1)4]$$

$$S_n = 10(14 + 19 \times 4)$$

$$S_n = 10(14 + 76)$$

$$S_n = 10 \times 90 = 900$$

Jadi, jumlah 20 suku pertama dari deret $7 + 11 + 15 + 19 + \dots$ adalah 900.

- **Rumus Suku Tengah Pada Deret Aritmatika**

Suku tengah hanya bisa dicari jika barisan aritmatika tersebut berjumlah n ganjil.

$$U_t = \frac{1}{2}(U_1 + U_n)$$

Keterangan : U_t : suku tengah

U_1 : suku pertama

U_n : suku terakhir

- **Rumus Tambahan**

$$b = \frac{U_l - U_k}{l - k}$$

Keterangan : b : beda

U_l : suku terbesar yang diketahui di soal

U_k : suku terkecil yang diketahui di soal

l, k : besar suku yang diketahui di soal

$$U_n = U_m + (n - m)b$$

Keterangan : U_n : Suku ke- n yang ditanyakan

U_m : suku yang diketahui di soal

b : beda

n, m : besar suku yang ditanya dan yang diketahui

D. DERET GEOMETRI

Deret $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$ disebut deret geometri jika hasil dari

$\frac{U_2}{U_1}, \frac{U_3}{U_2}, \frac{U_4}{U_3}, \frac{U_5}{U_4}, \dots, \frac{U_n}{U_{n-1}}$ selalu sama atau selalu tetap.

Hasil dari $\frac{U_2}{U_1}, \frac{U_3}{U_2}, \frac{U_4}{U_3}, \frac{U_5}{U_4}$, dan seterusnya disebut **rasio**.

Pada deret geometri $U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n$,

jika $U_{n+1} > U_n$, maka deretnya disebut deret **geometri naik**,

dan jika $U_{n+1} < U_n$, maka disebut deret **geometri turun**.

Contoh

$$2 + 6 + 18 + 54 + 162 + \dots$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{U_3}{U_2} = \frac{18}{6} = 3$$

$$\frac{U_4}{U_3} = \frac{54}{18} = 3$$

$$\frac{U_5}{U_4} = \frac{162}{54} = 3$$

Karena rasionya selalu tetap yaitu 3 dan $U_{n+1} > U_n$, maka $2 + 6 + 18 + 54 + 162 + \dots$ adalah deret geometri naik.

- **Rumus Suku ke- n Deret Geometri**

$$U_n = ar^{n-1}$$

Keterangan U_n = suku ke- n

a = suku ke-1 atau U_1

n = banyak suku

r = rasio

Contoh:

Tentukan suku kedelapan pada Deret geometri $3+6+12+24+\dots$!

Jawab:

$$\text{Rasio} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{Suku ke-}n = U_n = ar^{n-1}$$

$$\text{Suku ke-8} = U_8 = 3 \times 2^{8-1} = 3 \times 2^7 = 384$$

- **Rumus Jumlah n Suku Pertama Deret Geometri**

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1} \text{ untuk } r > 1$$

$$S_n = \frac{a(1-r^n)}{1-r} \text{ untuk } r < 1$$

Contoh :

Tentukan Jumlah 7 suku pertama dari deret $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$!

Jawab:

$$a = 2, n = 7, \text{ dan } r = \frac{6}{2} = 3$$

$$S_n = \frac{a(r^n-1)}{r-1}$$

$$S_n = \frac{2(3^7-1)}{3-1} = \frac{2(2187-1)}{2} = 2186$$

Jadi jumlah 7 suku pertama dari deret $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$ adalah 2186.

- **Rumus Suku Tengah Pada Deret Geometri**

Suku tengah hanya bisa dicari jika barisan geometri tersebut berjumlah n ganjil.

$$U_t = \sqrt{U_1 \times U_n}$$

Keterangan : U_t : suku tengah

U_1 : suku pertama

U_n : suku terakhir

- **Rumus Tambahan**

$$r = \sqrt[l-k]{\frac{U_l}{U_k}}$$

Keterangan : r : rasio

U_l : suku terbesar yang diketahui di soal

U_k : suku terkecil yang diketahui di soal

l, k : besar suku yang diketahui di soal $l > k$

YUK BERLATIH !

Soal Easy

1. Tentukan aturan pembentukan dan dua suku berikutnya dari barisan bilangan berikut ini!

- 12, 15, 18, 21, ...
- 90, 86, 82, 78, ...
- 8, 16, 32, 64, ...
- 4, 9, 16, 25, ...

2. Tentukan a , b , atau r dari barisan berikut:

- 3, 7, 11, 15, 19, ...
- 15, 29, 43, 57, ...
- 2, 4, 8, 16, ...
- 93, 90 $\frac{1}{2}$, 88, ...
- $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$



Pada gambar di atas, banyak batang korek api yang diperlukan untuk

pola I adalah 3 batang korek api;

pola II adalah 7 batang korek api;

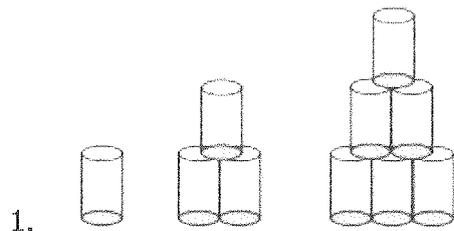
pola III adalah 11 batang korek api.

Tentukan banyak batang korek api pada pola ke-20.

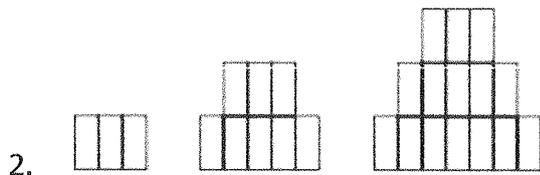
Soal Medium

1. Tentukan suku ke- n (U_n) dari barisan berikut ini!
 - a. 5, 9, 13, 17, ...
 - b. 2, 7, 12, 17, ...
 - c. 10, 16, 22, 28, ...
 - d. 7, 16, 25, 34, ...
2. Tentukan suku ke- n (U_n) dari barisan berikut ini!
 - a. 3, 9, 27, 81, ...
 - b. 16, 32, 64, 128, ...
3. Tentukan suku ke- n (U_n) dari barisan berikut ini!
 - a. 1, 4, 9, 16, ...
 - b. 8, 27, 64, 125, ...
4. Tentukan suku ke- n (U_n) dari barisan berikut ini!
 - a. Suku ke-15 dari barisan 70, 78, 86, 94, ...
 - b. Suku ke-7 dari barisan 8, 16, 32, 64, ...
 - c. Suku ke-17 dari barisan 16, 25, 36, 49, ...
 - d. Suku ke-8 dari barisan 27, 64, 125, 216, ...
5. Dalam suatu deret aritmetika diketahui $U_1 = 8$ dan $U_7 = 62$. Tentukan besar bedanya!
6. Tentukan jumlah 30 suku pertama dari deret $42 + 47 + 52 + 57 + 62 + \dots$!
7. Dalam suatu deret geometri diketahui $U_1 = 6$ dan $U_5 = 486$. Tentukan besar rasionya!
8. Diketahui barisan aritmetika dengan suku ke-4 = 14 dan suku ke-8 = 26. Suku ke-20 adalah ...
9. Tentukan jumlah 9 suku pertama dari deret $5 + 10 + 20 + 40 + \dots$!
10. Seutas tali dipotong 5 bagian dengan panjang masing-masing bagian membentuk barisan aritmatika, bila tali terpendek adalah 4 cm dan tali yang terpanjang 108 cm, panjang tali semula adalah ...
11. Dalam sebuah gedung pertemuan terdapat 25 kursi pada baris pertama, dan setiap baris berikutnya memuat 3 kursi lebih banyak dari baris di mukanya. Tentukan banyak kursi dalam gedung tersebut jika terdapat 15 baris kursi!

Soal Difficult



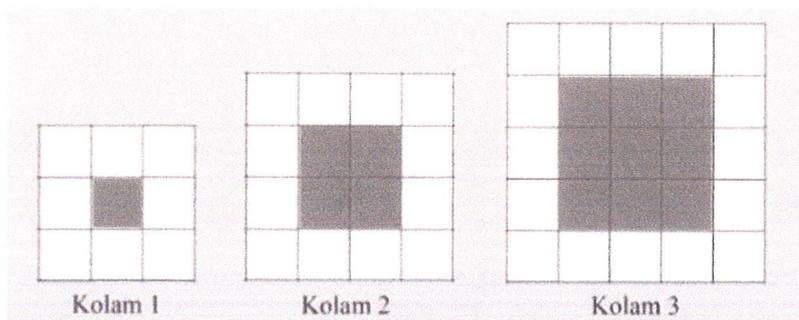
Gambar di atas adalah tumpukan tumpukan kaleng minuman ringan yang membentuk suatu aturan tertentu. Berapakah banyaknya kaleng minuman dari tumpukan kaleng yang susunan paling bawahnya berjumlah 5?



Pada gambar di atas banyak persegi panjang berturut-turut adalah 3, 8, 15. Tentukan banyak persegi panjang pada pola ke-10

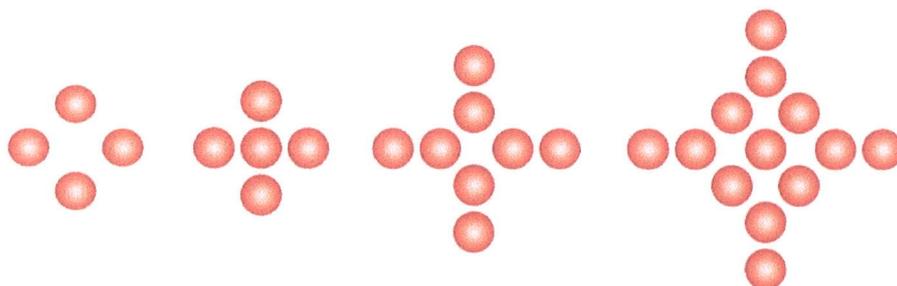
3. Tentukan jumlah dari deret aritmetika $90 + 86 + 82 + 78 + 74 + \dots + 10!$
4. **[HOTS]** Jumlah bilangan kelipatan 4 antara 100 dan 200 adalah ...
5. Suatu baris geometri mempunyai suku kedua dan kelima berturut-turut 8 dan 64. Nilai suku ketujuh barisan tersebut adalah...
6. Sebuah pita dibagi menjadi 5 bagian yang panjangnya membentuk barisan geometri. Jika pita yang paling pendek adalah 10 cm dan pita yang paling panjang adalah 160 cm, tentukan panjang pita semula!
7. Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 4 meter. Kemudian bola tersebut memantul kembali setinggi 3 meter dan seterusnya. Setiap kali menyentuh lantai, bola tersebut akan memantul setinggi $\frac{3}{4}$ kali ketinggian sebelumnya. Tentukan panjang lintasan yang terbentuk sampai bola menyentuh lantai untuk yang ke-3 kalinya!
8. **[HOTS]** Jika $(x+7)$, $(x-1)$ dan $(x-5)$ adalah tiga suku pertama dari deret geometri, maka jumlah empat suku pertama deret tersebut adalah

9. **[HOTS]** Pak Evan membuat beberapa design kolam berbentuk persegi, tiap penampung air diberi warna hitam. Disekitarnya dipasang ubin berwarna putih. Gambar di bawah ini menunjukkan design tiga kolam terkecil.

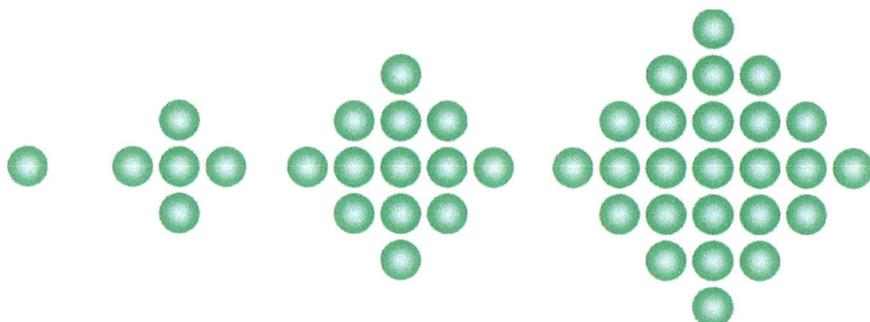


Berapa ubin warna putih saat ubin berwarna hitam sebanyak 100 ubin?

10. **[HOTS]** Tentukan banyak lingkaran pada pola ke 101 pada kofigurasi objek di bawah ini!

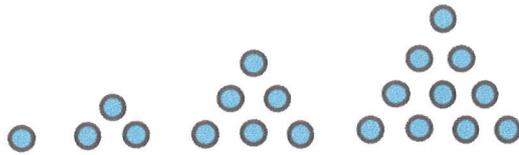


11. **[HOTS]** Tentukan banyak bola pada pola ke-n, untuk semua n bilangan bulat positif !



Yuk Berlatih Soal UNAS!

1. Perhatikan susunan segitiga di bawah ini



Banyak segitiga pada pola ke-18 adalah....

- a. 117 b. 151 c. 171 d. 187
2. Suatu deret aritmatika mempunyai suku ke 6 dan suku ke 10 berturut-turut bernilai 23 dan 39. Jumlah lima belas suku pertama deret tersebut adalah....
- a. 450 b. 455 c. 460 d. 465
3. Data hasil pengamatan setiap hari terhadap tinggi batang tanaman diperoleh tinggi tanaman tersebut membentuk barisan geometri. Apabila tinggi tanaman pada hari kedua adalah 2cm dan pada hari keempat $3\frac{5}{9}$ cm. Tinggi tanaman tersebut pada hari pertama pengamatan adalah ...
- a. 1 cm b. $1\frac{1}{3}$ cm c. $1\frac{1}{2}$ cm d. $1\frac{7}{9}$ cm
4. **[HOTS]** Suatu bakteri akan membelah diri menjadi 2 setiap 15 menit. Jika banyak bakteri pada pukul 12.30 adalah 15. Maka banyak bakteri pada pukul 14.00 adalah
- a. 240 b. 480 c. 960 d. 1920