

BILANGAN BERPANGKAT DAN BENTUK AKAR



BILANGAN BERPANGKAT DAN BENTUK AKAR

A. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

- Pengertian Perpangkatan Bilangan

Bilangan berpangkat a^n dengan n bilangan bulat positif didefinisikan sebagai berikut:

$$a^n = a \times a \times a \times \dots \times a$$

Dengan a sebanyak n buah.

Contoh:

$$2^2 = 2 \times 2 = 4$$

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$$

- Bilangan Berpangkat Nol

Untuk semua bilangan a , kecuali $a = 0$ akan diperoleh $a^0 = 1$

Contoh : $1^0 = 1$; $10^0 = 1$; $1000^0 = 1$

- Bilangan Berpangkat Negatif

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\text{Contoh : } 2^{-1} = \frac{1}{2} \quad 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

B. Sifat-Sifat Bilangan Berpangkat

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$$\text{Contoh : } 2^2 \times 2^4 = 2^{2+4} = 2^6$$

- $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

$$\text{Contoh : } \frac{2^6}{2^3} = 2^{6-3} = 2^3$$

- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$$\text{Contoh: } (2^2)^3 = 2^{2 \times 3} = 2^6$$

- $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$$\text{Contoh : } \sqrt[2]{2^8} = 2^{\frac{8}{2}} = 2^4$$

C. Bentuk Baku Bilangan

Bentuk baku bilangan adalah $a \times 10^n$ dengan $1 \leq a \leq 10$ dan n adalah bilangan bulat

Contoh :

150.000.000 dapat ditulis menjadi $1,5 \times 10^8$

0,00000092 dapat ditulis menjadi $9,2 \times 10^{-7}$

D. Persamaan Pangkat Sederhana

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ maka $f(x) = g(x)$

Contoh:

$$3^{x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^3$$

$$\text{sehingga } x - 1 = 3$$

$$x = 4$$

Yuk Berlatih !

Soal Easy

1. Tentukan hasil operasi berikut
 - a. $5^2 - 5^1 + 5^0$
 - b. $3^{-2} + 3^{-1}$
 - c. $(-3)^2 + (-3)^3$
2. Tentukan hasil operasi berikut dalam bentuk pangkat bulat positif
 - a. $4^2 \times 4^3 \times 4^0$
 - b. $\frac{(2^3)^4}{2^6}$
3. Nyatakan bentuk pangkat berikut dalam bentuk pangkat positif
 - a. $2m^{-4}$
 - b. $\frac{p^{-2}q^{-4}}{4r^{-3}}$
 - c. $\frac{4x^2}{y^{-3}z^2}$
4. Nyatakan bilangan berikut dalam bentuk baku
 - a. 270.000
 - b. 0,0000000341

Soal Medium

1. Hasil dari $\left(\frac{3}{4}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$ adalah...
2. Hasil dari $\left(\frac{2a^{-2}b^3}{6c^2}\right)^4$ adalah...
3. Hasil dari $\frac{-12p^2q^3r \times 7r^3q^2p}{42pq^4}$ adalah...

Soal Difficult

1. Tentukan nilai x pada persamaan berikut
 - a. $2^{3x-1} = 4^x$
 - b. $27^{2x-2} = 9^{x+1}$
 - c. $\sqrt{3^{6x-2}} = (3^{x+3})^2$
 - d. $\sqrt{2^{2x+4}} = 8^{x-2}$
2. Sebuah roket melakukan ekspedisi menuju venus dengan singgah di bulan terlebih dahulu. Jarak bumi-bulan $4,8 \times 10^5$ km, sedangkan jarak bumi-venus $4,8 \times 10^7$ km.

Roket tersebut menempuh jarak bumi -bulan dalam waktu 4 hari. Jika kecepatan roket tersebut selalu sama, tentukan (dalam bentuk baku)!

- Jarak yang ditempuh roket dalam 12 hari
- Waktu yang dibutuhkan roket hingga sampai ke venus

BENTUK AKAR

A. Bilangan Berpangkat Bilangan Rasional

$x^{\frac{m}{n}}$ merupakan akar pangkat n dari x^m yang dapat ditulis $x^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$

Contoh:

$$2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}$$

atau sebaliknya

$$\sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{3^3} = 3^{\frac{3}{5}}$$

B. Sifat-sifat Bentuk Akar

- $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$

Contoh : $\sqrt{3} \times \sqrt{2} = \sqrt{3 \times 2} = \sqrt{6}$

- $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

Contoh : $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}} = \sqrt{5}$

- $\sqrt{a} \pm \sqrt{b} \neq \sqrt{a \pm b}$

INGAT !!

- $a\sqrt{c} \pm b\sqrt{c} = (a \pm b)\sqrt{c}$

Contoh : $2\sqrt{3} \pm 5\sqrt{3} = (2 \pm 5)\sqrt{3}$

Ingat!! jika nilai yg di dalam akar tidak sama tak bs dijumlahkan dan dikurangkan

- $a\sqrt{c} \times b\sqrt{d} = ab\sqrt{cd}$

Contoh : $2\sqrt{3} \times 4\sqrt{5} = 2.4\sqrt{3.5} = 8\sqrt{15}$

- $\frac{a\sqrt{c}}{b\sqrt{d}} = \frac{a}{b} \sqrt{\frac{c}{d}}$

Contoh : $\frac{10\sqrt{8}}{5\sqrt{4}} = \frac{10}{5} \sqrt{\frac{8}{4}} = 2\sqrt{2}$

- $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

Contoh : $\sqrt{10} \times \sqrt{10} = 10$

C. Merasionalkan Bentuk Akar Kuadrat Pada Pecahan

- Merasionalkan Pecahan Bentuk $\frac{a}{\sqrt{b}}$

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}}$$

Contoh

$$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$$

- Merasionalkan Pecahan Bentuk $\frac{p}{a+\sqrt{b}}$ dan $\frac{p}{a-\sqrt{b}}$

Gunakan sifat berikut

$$\frac{p}{a+\sqrt{b}} = \frac{p}{a+\sqrt{b}} \times \frac{a-\sqrt{b}}{a-\sqrt{b}}$$
$$\frac{p}{a-\sqrt{b}} = \frac{p}{a-\sqrt{b}} \times \frac{a+\sqrt{b}}{a+\sqrt{b}}$$

Contoh

$$\frac{2}{4+\sqrt{5}} = \frac{2}{4+\sqrt{5}} \times \frac{4-\sqrt{5}}{4-\sqrt{5}} = \frac{2(4-\sqrt{5})}{16-5} = \frac{8-2\sqrt{5}}{11} = \frac{1}{11}(8-2\sqrt{5})$$

YUK BERLATIH !

Soal Easy

1. Ubah bentuk pangkat berikut kedalam bentuk akar !

a. $2^{\frac{1}{5}}$

b. $2^{\frac{5}{4}}$

2. Tentukan hasil operasi hitung berikut!

a. $\frac{\sqrt{20} \times \sqrt{4}}{\sqrt{5}}$

b. $2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2}$

c. $\frac{8\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}$

Soal Medium

1. $5^{\frac{3}{4}} \times 25^{\frac{1}{4}} \times 125^{-\frac{2}{3}} =$

2. $\left(a^{\frac{1}{3}}b\right)^{\frac{3}{5}} \times \left(a^{-\frac{7}{5}}b^{\frac{1}{2}}\right)^{-2} =$

3. $\frac{(xy^{-1})^{\frac{1}{2}}}{\left(x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{4}{3}}} =$

4. $2\sqrt{12} + 9\sqrt{3} - 3\sqrt{27} =$

5. $\sqrt{18} + 2\sqrt{72} - \sqrt{32} - \sqrt{50} =$

6. $12\sqrt{27} - 2\sqrt{48} + \sqrt{75} =$

7. Rasionalkan !

- a. $\frac{-6}{\sqrt{7}}$
- b. $\frac{3-\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}$
- c. $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{7}}$
- d. $\frac{\sqrt{3}+4}{2\sqrt{3}-6}$

8. Sebuah persegi mempunyai luas 320 cm^2 . panjang sisi persegi tersebut adalah....

Soal Difficult

1. Sebuah kerucut memiliki panjang jari-jari $3\sqrt{2}$ cm dan tinggi $12\sqrt{6}$ cm. Volume kerucut tersebut adalah...

2. Tentukan hasil operasi $\sqrt{3,24} \div \sqrt{0,36} - 5\sqrt{0,09} \dots$

3. Tentukan hasil operasi $\frac{\sqrt[3]{16x^3y^4} + \sqrt[4]{32x^5y^7}}{2xy} \dots$

4. Rasionalkan penyebut pecahan bentuk akar berikut $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \dots$

5. **[HOTS]** Sebuah belah ketupat mempunyai panjang diagonal $\frac{15}{\sqrt{3}}$ cm dan $\frac{14}{\sqrt{21}}$ cm. Tentukan luas belah ketupat tersebut!

Yuk Berlatih Soal UNAS !

1. Hasil dari $(-2)^3 + (-3)^2 + (-2) + (-3)^0$ adalah...

- a. -4
- b. -1
- c. 0
- d. 4

2. Hasil dari $4\sqrt{12} + \sqrt{75} - \sqrt{6} \times 2\sqrt{8}$ adalah

- a. $12\sqrt{3}$
- b. $9\sqrt{3}$
- c. $7\sqrt{3}$
- d. $5\sqrt{3}$

3. Bentuk sederhana dari $\frac{\sqrt{128}+2\sqrt{50}}{5\sqrt{18}-\sqrt{32}}$ adalah....

- a. 1
- b. 2
- c. $2\sqrt{2}$
- d. $4\sqrt{2}$

4. Jika $n = \left(64^{\frac{1}{3}}\right)^{-2}$, nilai n = ...

- a. $\frac{1}{4}$
- b. $\frac{1}{16}$
- c. -4
- d. -16

5. Hasil dari $\sqrt{150} - \sqrt{75} \times 2\sqrt{50}$ adalah...

a. $55\sqrt{6}$

b. $15\sqrt{6}$

c. $-45\sqrt{6}$

d. $-55\sqrt{6}$

6. Hasil dari $32^{\frac{2}{5}} + 1000^{\frac{1}{3}} - \left(\frac{1}{125}\right)^{\frac{1}{3}}$ adalah ...

a. 37

b. 19

c. 14

d. 9