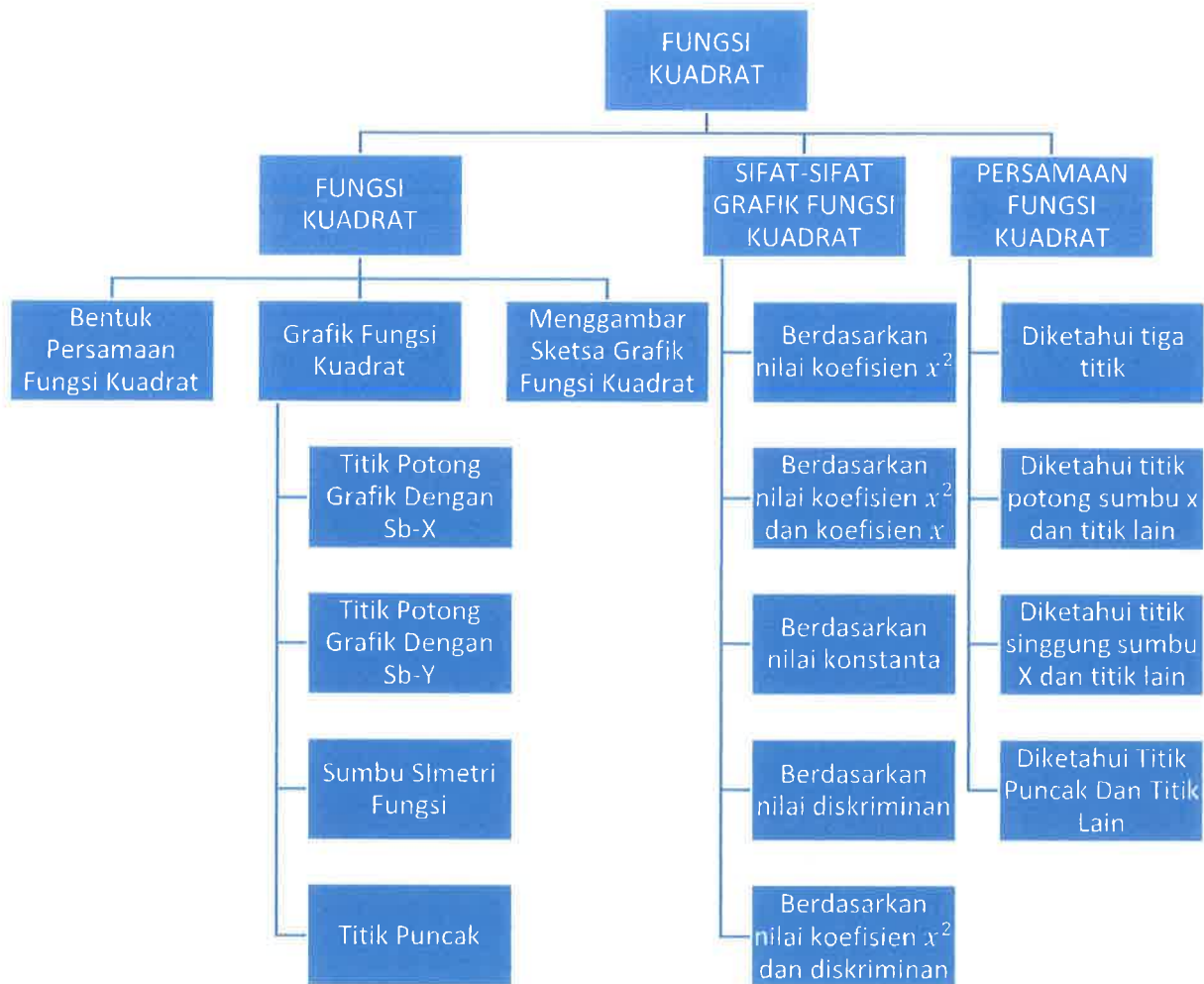


FUNGSI KUADRAT



FUNGSI KUADRAT

A. FUNGSI KUADRAT

- **Bentuk Persamaan Fungsi Kuadrat**

Fungsi kuadrat merupakan fungsi yang memiliki satu variabel dan pangkat tertinggi variabel tersebut adalah dua. Bentuk umum fungsi kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b dan c adalah bilangan real dan $a \neq 0$

- **Grafik Fungsi Kuadrat**

Sketsa grafik fungsi kuadrat didapatkan dengan menentukan beberapa titik yang terletak pada grafik fungsi. Kemudian menggambar titik-titik tersebut pada bidang koordinat kartesius lalu dihubungkan sampai membentuk kurva. Contoh:

Gambarlah grafik fungsi kuadrat $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ dengan daerah asal $D = \{x | -4 \leq x \leq 2, x \in R\}$!

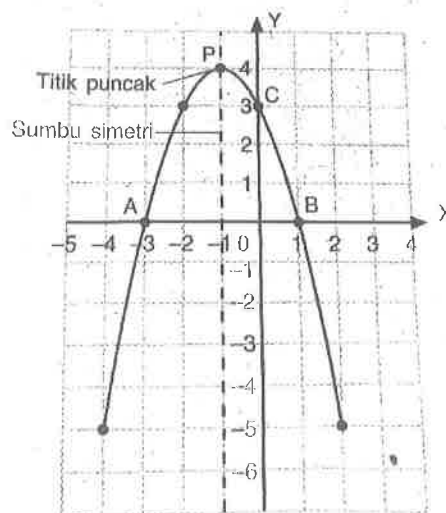
Jawab:

Dari soal yang diberikan didapatkan domain $x = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$.

Substitusikan nilai-nilai x tersebut pada persamaan $f(x)$. Sehingga didapatkan nilai sebagaimana tabel di bawah ini :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5
Titik	$(-4, -5)$	$(-3, 0)$	$(-2, 3)$	$(-1, 4)$	$(0, 3)$	$(1, 0)$	$(2, -5)$

Jika digambarkan pada bidang koordinat kartesius menjadi gambar dibawah ini.



Dari gambar di atas didapatkan beberapa informasi berikut:

- **Titik Potong Grafik Dengan Sumbu X**

Terlihat grafik $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ memotong sumbu X di titik A(-3,0) dan B(1,0).

Selain dengan bantuan grafik, titik potong terhadap sumbu X bisa didapatkan dengan memberikan nilai $f(x) = 0$. **Memotong sumbu X** berarti nilai $y = f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 3 = 0$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x + 3)(x - 1) = 0$$

Sehingga didapatkan nilai $x = -3$ dan $x = 1$ dengan pasangan $y = 0$ (karena memotong sumbu X)

- **Titik Potong Grafik Dengan Sumbu Y**

Terlihat grafik $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ memotong sumbu Y di titik (0,3)

Selain dengan bantuan grafik, titik potong terhadap sumbu Y bisa didapatkan dengan memberikan nilai $x = 0$. **Memotong sumbu Y berarti nilai $x = 0$**

Jika disubstitusikan pada fungsi $-x^2 - 2x + 3 = 0$ menjadi

$$\Leftrightarrow f(x) = -0^2 - 2.0 + 3$$

$$\Leftrightarrow f(x) = 3$$

Sehingga didapatkan nilai $f(x) = y = 3$ dengan pasangan $x = 0$ (karena memotong sumbu Y)

- **Sumbu Simetri Fungsi**

Dari gambar terlihat garis $x = -1$ membagi grafik fungsi $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ menjadi dua bagian yang sama. Garis ini disebut sumbu simetri. Selain dengan menggambar grafik, sumbu simetri juga bisa didapatkan dengan rumus:

$$x_s = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

dengan :

x_s adalah x sumbu simetri

x_1 dan x_2 adalah nilai x yang memotong sumbu X. Atau akar-akar dari fungsi.

- **Titik Puncak/Titik Ekstrem/Titik Balik Fungsi**

Pada gambar terlihat tertingginya adalah (-1,4) ini merupakan titik puncak. Titik puncak/ekstrem bisa merupakan **titik tertinggi fungsi (titik balik maksimum)** atau **titik terendah fungsi (titik balik minimum)**. Selain dengan menggambar grafik, titik puncak juga bisa didapatkan dengan rumus:

$$x_p = -\frac{b}{2a} \text{ dan } y_p = -\frac{D}{4a}$$

Dengan :

x_p dan y_p adalah x dan y puncak

a adalah koefisien x^2 pada fungsi $f(x)$

b adalah koefisien x pada fungsi $f(x)$

D adalah diskriminan $= b^2 - 4ac$

• **Menggambar Sketsa Grafik Fungsi Kuadrat**

a. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu koordinat:

- Grafik memotong sumbu X jika $y = 0$

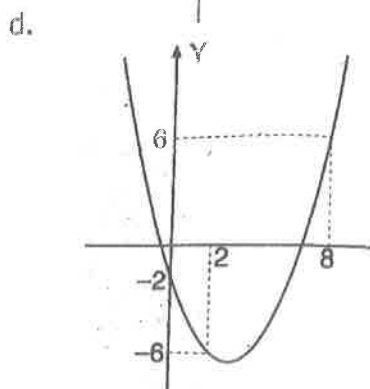
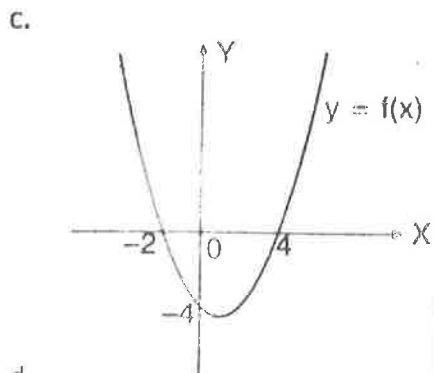
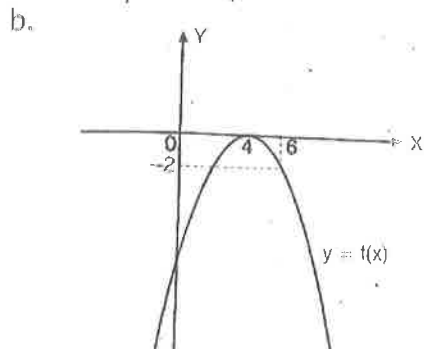
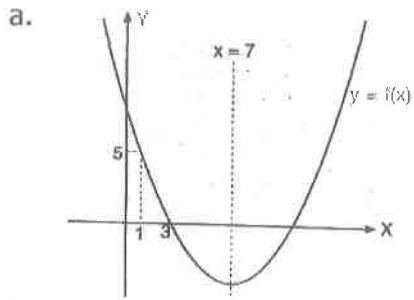
Soal Difficult

1. **[HOTS]** Sepotong kawat yang panjangnya 10 meter akan dibentuk sebuah persegi panjang. Berapa luas persegi panjang maksimum yang bisa dibuat?
2. Jika grafik fungsi kuadrat $y = f(x) = x^2 + 8x + 7$ digeser ke kanan 5 satuan menghasilkan grafik $y = h(x)$, tentukan titik puncak dan titik potong grafik $h(x)$ dengan sumbu X dan sumbu Y.
3. Grafik fungsi kuadrat $g(x) = kx^2 - (5k - 1)x - 4k$ memotong sumbu Y di titik $(0,12)$. Tentukan sumbu simetri grafik tersebut!
4. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = 2x^2 + nx - 2n^2 + 2$ memiliki sumbu simetri $x = 1$. Tentukan titik potong grafik terhadap sumbu X.
5. **[HOTS]** Sepotong kawat dibuat menjadi segitiga siku-siku dengan panjang alas $(9 + x)$ cm dan tingginya $(12 - x)$ cm. Luas maksimum segitiga ABC adalah...
6. **[HOTS]** Untuk memproduksi x unit barang diperlukan biaya produksi yang dinyatakan dengan fungsi $B(x) = (2x^2 - 180x + 4100)$ dalam jutaan rupiah. Agar biaya produksi minimum maka harus diproduksi barang sebanyak...

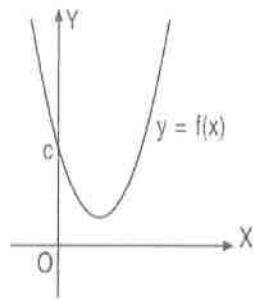
Yuk Berlatih Soal UNAS !

Bab ini tidak masuk kisi-kisi UNAS, hanya saja masuk di kisi kisi soal USBN

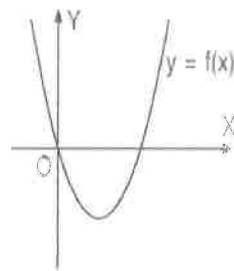
5. Tentukan persamaan fungsi kuadrat sketsa di bawah ini !



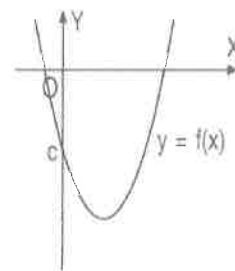
- **Sifat – Sifat Grafik Fungsi Kuadrat Berdasarkan Nilai Konstanta**



Nilai $c > 0$

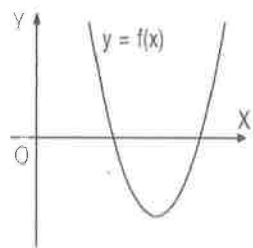


Nilai $c = 0$

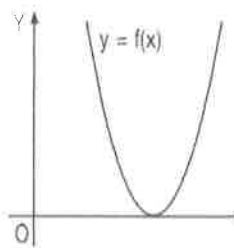


Nilai $c < 0$

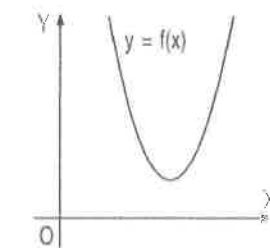
- **Sifat – Sifat Grafik Fungsi Kuadrat Berdasarkan Nilai Diskriminan**



Nilai $D > 0$

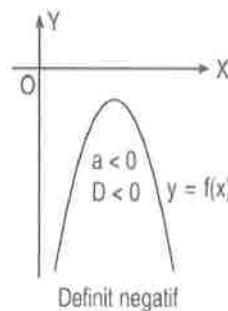
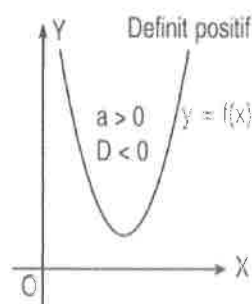


Nilai $D = 0$



Nilai $D < 0$

- **Sifat – Sifat Grafik Fungsi Kuadrat Berdasarkan Nilai Koefisien x^2 dan Nilai Diskriminan**



C. PERSAMAAN FUNGSI KUADRAT

Persamaan umum fungsi kuadrat adalah $ax^2 + bx + c$ didapatkan dengan empat cara:

- Diketahui tiga titik yang dilalui $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ dan $C(x_3, y_3)$. Cara pengerjaan dengan **mensubstitusikan titik-titik tersebut pada persamaan $ax^2 + bx + c$** . Lalu lakukan eliminasi substitusi hingga didapatkan nilai a , b dan c nya.
- Diketahui titik potong sumbu X di titik $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ serta titik lain yang dilalui fungsi $C(x_3, y_3)$, gunakan rumus $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ dengan nilai a yang didapatkan dari $y_3 = a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$

- Diketahui titik singgung sumbu X di titik $A(x_1, 0)$ serta titik lain yang dilalui fungsi $B(x_2, y_2)$, gunakan rumus $f(x) = a(x - x_1)^2$ dengan nilai a yang didapatkan dari $y_2 = a(x_2 - x_1)^2$
- Diketahui titik puncak (p, q) serta titik lain yang dilalui fungsi $A(x_1, y_1)$, gunakan rumus $f(x) = a(x - p)^2 + q$, dengan nilai a yang didapatkan dari $y_1 = a(x_1 - p)^2 + q$

YUK BERLATIH !

Soal Easy

1. Gambarkanlah grafik fungsi kuadrat di bawah ini!
 - a. $f(x) = x^2 - 5x + 4$
 - b. $f(x) = -x^2 - 4x + 12$
 - c. $f(x) = 2x^2 + x - 6$
 - d. $f(x) = 4x^2 + 10x - 5$
 - e. $f(x) = x^2 - 3x - 4$
2. Dari soal nomor satu tentukan
 - a. Titik potong terhadap sumbu X nya
 - b. Titik potong terhadap sumbu Y nya
 - c. Persamaan sumbu simetrisnya
 - d. Titik puncaknya
3. Sketsalah grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ yang memiliki :
 - a. $a > 0, b < 0, c > 0$ dan $D > 0$
 - b. $a < 0, b = 0, c > 0$ dan $D > 0$
 - c. $a < 0, b > 0, c < 0$ dan $D < 0$
 - d. $a > 0, b < 0, c = 0$ dan $D > 0$

Soal Medium

1. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = px^2 - x + q$ memiliki titik puncak $T(-1,8)$. Tentukan nilai p dan q !
2. Jika grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx - 1$ melalui titik $A(-2,1)$ dan $B(1,4)$. Tentukan persamaan sumbu simetri grafik tersebut!
3. Grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ menyinggung sumbu X di titik $(-4,0)$ dan memotong sumbu Y di titik $(0, -8)$. Tentukan nilai a dan b !
4. Tentukan persamaan kuadrat jika diketahui
 - a. Titik potong sumbu X di titik $(2,0)$ dan $(-3,0)$ serta melalui titik $(4, -28)$
 - b. Titik singgung sumbu X di titik $(-2,0)$ dan melalui titik $(2,4)$
 - c. Titik puncak $(-3,2)$ dan melalui titik $(1, -14)$
 - d. Melalui tiga titik yakni $A(-1,16), B(0,10), C(2, -14)$