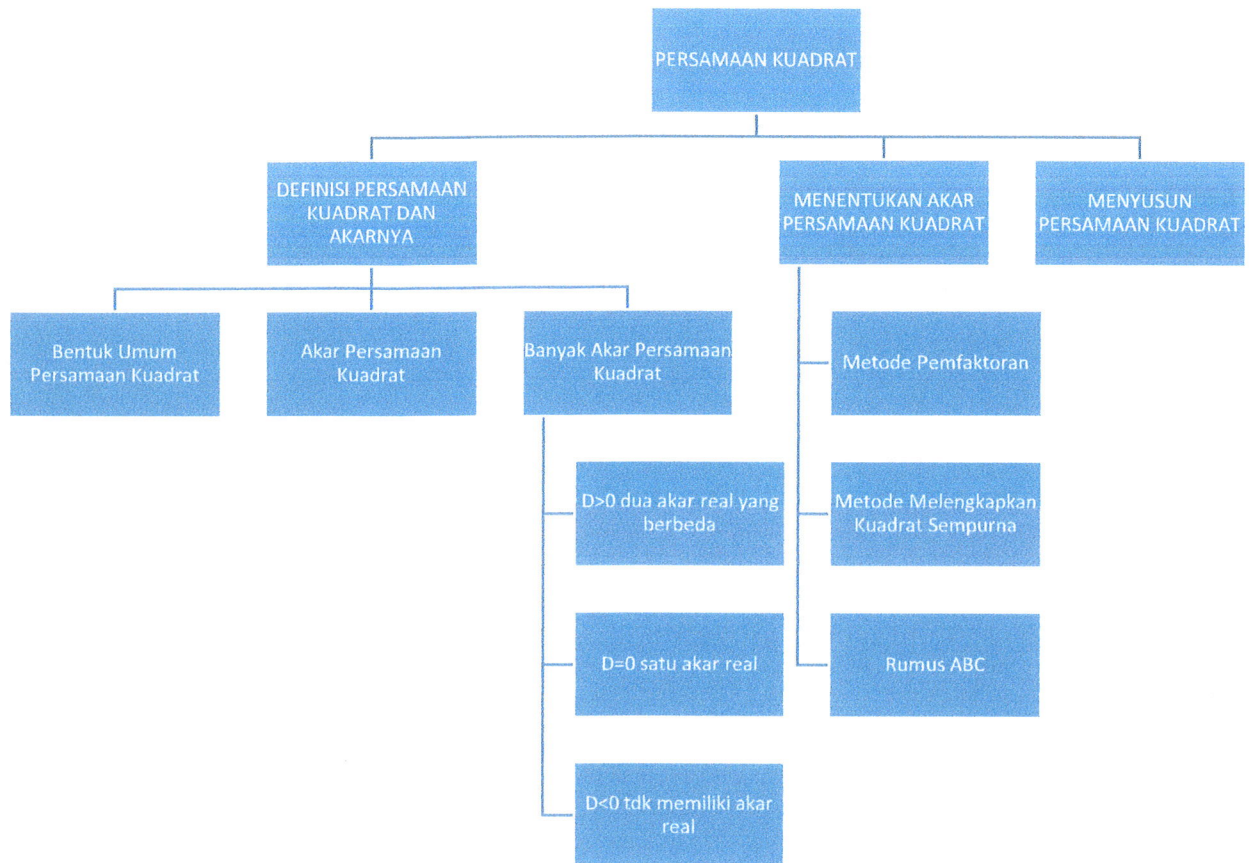


PERSAMAAN KUADRAT



PERSAMAAN KUADRAT

A. Definisi Persamaan Kuadrat dan Akarnya

- Bentuk Umum Persamaan Kuadrat
Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b dan c bilangan real dan $a \neq 0$
 a disebut koefisien x^2 , begitupula b adalah koefisien x , dan c adalah konstanta.
- Akar Persamaan Kuadrat
Akar persamaan kuadrat adalah nilai x yang membuat persamaan bernilai nol.
Contoh persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 3$. Misalkan kita ambil dua nilai x . $x_1 = -1$ dan $x_2 = 1$. Lalu kita substitusikan.
Untuk $x_1 = -1 \rightarrow (-1)^2 + 2(-1) - 3 = -4$. sedangkan
Untuk $x_2 = 1 \rightarrow (1)^2 + 2(1) - 3 = 0$
Kesimpulannya $x_1 = -1$ bukan lah akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 3$.
Sedangkan $x_2 = 1$ adalah akar dari persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 3$
- Banyak Akar Persamaan Kuadrat
Banyak akar yang dimiliki bergantung nilai diskriminannya (D). $D = b^2 - 4ac$
 - Jika $D > 0$ maka persamaan kuadrat memiliki dua akar real berbeda.
 - Jika $D = 0$ maka persamaan kuadrat memiliki satu akar real.
 - Jika $D < 0$ maka persamaan kuadrat tidak memiliki akar real (imaginer).

Misal persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ memiliki dua akar real yang berbeda yang disimbolkan x_1 dan x_2 maka berlaku:

- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$
- $|x_1 - x_2| = \left| \frac{\sqrt{D}}{a} \right|$

B. Menentukan Akar Persamaan Kuadrat

- Metode Pemfaktoran
 - Pemfaktoran persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a = 1$
 $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi $(x + p)(x + q) = 0$
dengan **syarat : (i) $p + q = b$ (ii) $p \times q = c$**
setelah didapatkan bentuk $(x + p)(x + q) = 0$. Maka akar yang diperoleh adalah $x_1 = -p$ dan $x_2 = -q$
Contoh:
Tentukan akar dari $x^2 + 14x + 45 = 0$!
Dari soal diatas diketahui $b = 14$ dan $c = 45$
Maka cari nilai p dan q yang memenuhi $p + q = 14$ dan $p \times q = 45$
Langkah paling cepat mulailah mencari faktor dari 45 yang ketika dijumlahkan nilainya 14. Maka didapatkan angka 9 dan 5.
Sehingga $x^2 + 14x + 45 = 0 \rightarrow (x + 9)(x + 5) = 0$
Didapatkan akar $x_1 = -9$ dan $x_2 = -5$

- Pemfaktoran persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 1$

$ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi $a\left(x + \frac{p}{a}\right)\left(x + \frac{q}{a}\right) = 0$

dengan **syarat : (i) $p + q = b$ (ii) $p \times q = a \times c$**

setelah didapatkan bentuk $a\left(x + \frac{p}{a}\right)\left(x + \frac{q}{a}\right) = 0$. Maka akar yang diperoleh adalah $x_1 = -\frac{p}{a}$ dan $x_2 = -\frac{q}{a}$

Contoh:

Tentukan akar dari $2x^2 + 9x + 4 = 0$!

Dari soal diatas diketahui $a = 2, b = 9$ dan $c = 4$

Maka cari nilai p dan q yang memenuhi $p + q = 9$ dan $p \times q = 8$

Langkah paling cepat mulailah mencari faktor dari 8 yang ketika dijumlahkan nilainya 9. Maka didapatkan angka 1 dan 8.

Sehingga $2x^2 + 9x + 4 = 0 \rightarrow 2\left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{8}{2}\right) = 0$

Didapatkan akar $x_1 = -\frac{1}{2}$ dan $x_2 = -\frac{8}{2} = -4$

- Metode Melengkapkan kuadrat sempurna

Bentuk kuadrat sempurna yaitu $(x + p)^2$ dan $(x - p)^2$, Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi kuadrat sempurna. Perhatikan conth berikut.

Contoh:

Tentukan akar $x^2 + 2x - 15 = 0$

Jawaban:

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x - 15 + 15 = 0 + 15$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x = 15$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 15 + 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 = 16$$

$$\Leftrightarrow (x + 1)^2 = 16$$

$$\Leftrightarrow x + 1 = \pm 4$$

Untuk $x + 1 = 4$ diperoleh $x = 3$

Untuk $x + 1 = -4$ diperoleh $x = -5$

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 15 = 0$ adalah $x_1 = -5$ atau $x_2 = 3$.

- Rumus ABC

Dengan prinsip melengkapkan kuadrat sempurna diperoleh rumus dari akar-akar persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$ yaitu :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

rumus ini dikenal sebagai rumus abc atau rumus kuadrat

Contoh:

Tentukan penyelesaian dari $4x^2 - 5x + 1 = 0$

Jawaban:

Dari persamaan kuadrat $4x^2 - 5x + 1 = 0$ diperoleh $a = 4$, $b = -5$, $c = 1$

$$\begin{aligned}x_{1,2} &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\&= \frac{-(-5) \pm \sqrt{-5^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4} \\&= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4} \\&= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8} \\&= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}\end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh $x_1 = \frac{5+3}{8} = 1$ atau $x_2 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4}$

Jadi penyelesaian $4x^2 - 5x + 1 = 0$ adalah $x_1 = 1$ atau $x_2 = \frac{1}{4}$

C. Menyusun Persamaan Kuadrat

Misalkan diketahui persamaan kuadrat memiliki akar p dan q . Bentuk persamaan tersebut dapat ditentukan dengan cara berikut :

$$(x - p)(x - q) = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - px - qx + pq = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - (p + q)x + pq = 0$$

Jadi jika diketahui p dan q sebagai akar-akar sebuah persamaan kuadrat, persamaan kuadrat nya adalah $x^2 - (p + q)x + pq = 0$

Contoh:

Diketahui persamaan kuadrat mempunyai akar 2 dan -3 tentukan bentuk persamaan tersebut!

Jawab:

Dari soal dapat diketahui bahwa $p = 2$ dan $q = -3$

Substitusikan ke persamaan $x^2 - (p + q)x + pq = 0$ menjadi $x^2 + x - 6 = 0$

YUK BERLATIH !

Soal Easy

1. Tentukan akar-akar persamaan berikut ini !

a. $x^2 + 4x + 3 = 0$

b. $x^2 - 3x - 10 = 0$

c. $x^2 - 10x + 24 = 0$

d. $x^2 + 4x - 45 = 0$

e. $x^2 - 15x + 50 = 0$

f. $x^2 + 4x - 5 = 0$

g. $x^2 + 11x + 28 = 0$

2. Tentukan himpunan penyelesaian persamaan kuadrat berikut!

a. $3x^2 + 11x - 20 = 0$

b. $2x^2 - 6x - 5 = 0$

- c. $2x^2 + 2x - 3 = 0$
- d. $2x^2 - x - 3 = 0$
- e. $2x^2 - 7x + 3 = 0$
- f. $-3x^2 - 16x + 12 = 0$
- g. $2x^2 - 9x - 5 = 0$

3. Tentukan jenis akar pada persamaan berikut ini !
- a. $-2x^2 + x + 1 = 0$
 - b. $x^2 + 9x - 15 = 0$
 - c. $x^2 - 2x + 1 = 0$

Soal Medium

1. Himpunan penyelesaian persamaan $2x^2 - 7x - 3 = 0$ adalah...
2. Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 48 = 0$ dengan akar p dan q . Jika $p < 0$. Nilai $p - q$ adalah....
3. Hasil kali akar-akar persamaan kuadrat $6x^2 - 7x - 18 = 0$ adalah...
4. **[HOTS]** Diketahui persamaan kuadrat $nx^2 + x - n^2 - 2 = 0$. Salah satu akar persamaan tersebut adalah -2 . Tentukan akar yang lain !
5. Sekarang hasil kali usia bu Devi dan usia Vira adalah 204 tahun. Vira lahir ketika usia bu devi 28 tahun. Jumlah usia bu Devi dan Vira adalah...
6. **[HOTS]** Dua kali suatu bilangan ditambah lima kali bilangan kebalikan bilangan itu hasilnya 11. Tentukan bilangan tersebut!
7. Persamaan kuadrat $nx^2 - 15x - 8 = 0$ memiliki akar α dan β . Jika $\alpha = 8$. Tentukan nilai
 - a. $\alpha + \beta$
 - b. $\alpha + \beta$
 - c. $\alpha \cdot \beta$

Soal Difficult

1. Misalkan α dan β adalah akar-akar dari persamaan $2x^2 + 5x - 6 = 0$. Tentukan!
 - a. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya 2α dan 2β
 - b. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\frac{1}{\alpha}$ dan $\frac{1}{\beta}$
 - c. Persamaan kuadrat yang akar-akarnya $\alpha - 1$ dan $\beta - 1$
2. **[HOTS]** Tyas ingin membuat wadah pensil berbentuk balok. Tinggi dan volume balok yang ia inginkan berturut-turut adalah 13 cm dan 624 cm^3 . Jika panjang wadah 2 cm lebih dari lebarnya, panjang balok adalah...
3. Diketahui persamaan kuadrat $6x^2 + (4p^2 - 1)x + 2p^2 - p = 0$. Tentukan nilai p agar persamaan kuadrat tersebut mempunyai:
 - a. Dua akar yang saling berlawanan
 - b. Dua akar yang saling berkebalikan

4. **[HOTS]** Akar-akar persamaan kuadrat $2x^2 + (m + 5)x - 6 = 0$ berlawanan dengan akar-akar persamaan kuadrat $\frac{1}{3}mx^2 - 11x - 6 = 0$. Tentukan nilai m !

Yuk Berlatih Soal UNAS!

Bab ini tidak masuk kisi-kisi UNAS, hanya saja masuk di kisi kisi USBN